

Effet de la rotation sur la propagation des ondes dans les plasmas

Effect of rotation on wave propagation in plasmas

Renaud Gueroult¹

¹Laboratoire Laplace, Université de Toulouse, CNRS, INPT, UPS, 31062 Toulouse, France

Mots-clés : Effets d'entraînement – rotation - plasmas

Keywords : Light dragging - rotation – plasmas

Abstract

The properties of waves propagating in a medium differ whether this medium is at rest or moving with respect to the observer. A canonical manifestation of this effect of motion is the longitudinal light dragging effects first postulated by Fresnel and later demonstrated by Fizeau. In standard isotropic dielectrics the signature of these effects has long been studied, showing that drag effects are typically small under normal conditions. As a result, accounting for these effects is generally not essential, and light dragging effects in standard dielectrics offers limited opportunities for technological developments. However, this is however not the case in plasmas, and in particular in rotating plasmas, for a number of reasons. First, both magnetized plasmas or unmagnetized rotating plasmas exhibit gyrotropic dielectric properties in their rest-frame. Rest-frame anisotropy leads to anormal refraction while rest-frame gyrotropy adds-up to the rotation induced circular birefringence, which combined lead to a number of new effects. Second, the dispersive properties of plasmas make it possible to enhance dragging effects, similarly to what is done with slow light conditions in dielectrics. Lastly, rotating plasmas can in principle rotate faster than solids, thus yielding augmented effects. These effects could prove important in a number of applications going from astrophysics to fusion to telecommunications.

Résumé

Les propriétés de propagation d'une onde dans un milieu sont modifiées selon si ce milieu est au repos ou en mouvement par rapport à l'observateur. Un exemple historique est l'effet d'entraînement de la lumière d'abord postulé par Fresnel puis démontré par Fizeau. Dans les diélectriques classiques la théorie de ces effets est bien établie et montre que ces effets sont faibles dans les conditions usuelles. De ce fait ces effets sont souvent négligés et n'offrent que peu d'opportunités pour des développements technologiques. Le cas d'un plasma, et notamment d'un plasma en rotation, se distingue néanmoins pour diverses raisons. Premièrement, un plasma en rotation, magnétisé ou non, présente des propriétés gyotropes dans le référentiel dans lequel il est au repos. Cette anisotropie conduit à de la réfraction anormale, tandis que la gyotropie s'additionne à la biréfringence circulaire induite par la rotation, ces deux propriétés combinées donnant lieu à de nouveaux effets. Deuxièmement, les propriétés dispersives des plasmas permettent d'envisager d'augmenter ces effets d'entraînement de manière similaire aux conditions de lumière lente. Enfin un plasma peut en principe tourner à des vitesses nettement supérieures à celles accessibles aux solides, permettant de maximiser ces effets. Ces effets pourraient être important pour diverses applications, allant de l'astrophysique à la fusion en passant par les télécommunications.

1 Introduction

Les ondes sont utilisées de manière routinière dans les plasmas, à la fois pour le contrôle, comme par exemple le chauffage des plasmas de fusion, et pour les diagnostics, comme l'estimation de paramètres astrophysiques tel que le champ magnétique interstellaire via la rotation Faraday. Le design de ces moyens de contrôle et l'interprétation de ces diagnostics s'appuient sur la théorie des ondes dans les plasmas afin de modéliser la propagation dans ces milieux dispersifs anisotropes, en présence d'éventuelles non-uniformités du plasma (densité, champ magnétique, etc.). Ces modèles et la théorie des ondes dans les plasmas négligent en revanche, sauf rares exceptions, l'effet d'un champ de vitesse, et ce alors qu'il est établi de longue date que ce mouvement peut avoir un effet sur la propagation, et que des phénomènes de rotation sont rencontrés au travers d'un grand nombre d'environnements allant des plasmas de laboratoire à l'astrophysique en passant par la fusion par confinement magnétique.

L'objet de ce manuscrit est de présenter un aperçu des premiers éléments de réponse obtenus en étudiant ce problème et en cherchant à comprendre l'effet de la vitesse et notamment de la rotation sur la propagation des ondes dans les plasmas, et l'importance des modifications apportées par le mouvement.

2 Rappel sur les ondes dans un milieu isotrope en rotation

Le résultat que les propriétés de propagation d'une onde sont affectées par le mouvement est bien connu depuis les travaux fondateurs de Fresnel [1] et Fizeau [2] au début du XIX siècle, l'onde apparaissant comme étant « entraînée » par le milieu en mouvement. Dans le cas d'une rotation du milieu, Thomson [3] puis Fermi [4] postulèrent par ailleurs qu'une onde de polarisation rectiligne se propageant parallèlement à l'axe de rotation d'un diélectrique isotrope en rotation devrait voir sa polarisation tourner. Poussé par les travaux expérimentaux de Jones [5–7], la théorie des effets d'entraînement dans un diélectrique isotrope en rotation fut établie dans la seconde moitié du XX siècle [8, 9] : un faisceau se propageant parallèlement à l'axe de rotation ($\mathbf{k} \parallel \boldsymbol{\Omega}$) donne lieu à la fois à une déviation azimutale du faisceau et à une rotation de la polarisation par le même angle

$$\delta = \frac{\Omega}{c} \left(n_g - \frac{1}{n_\phi} \right) \quad (1)$$

par unité de longueur suivant \mathbf{k} comme illustré figure 1. Ici Ω est la fréquence angulaire de rotation du diélectrique, c est la vitesse de la lumière et n_g et n_ϕ sont respectivement les indices de phase et de groupe du milieu. On reconnaît dans l'Eq. (1) le coefficient d'entraînement classique de Fresnel $n_g - n_\phi^{-1}$ une fois corrigé pour les effets de dispersion [10]. Dans un diélectrique classique les indices de phase et de groupe sont de l'ordre de 1 de sorte que ces effets prédits par l'Eq. (1) sont de faible amplitude, limitant par là leur importance et intérêt pratique.

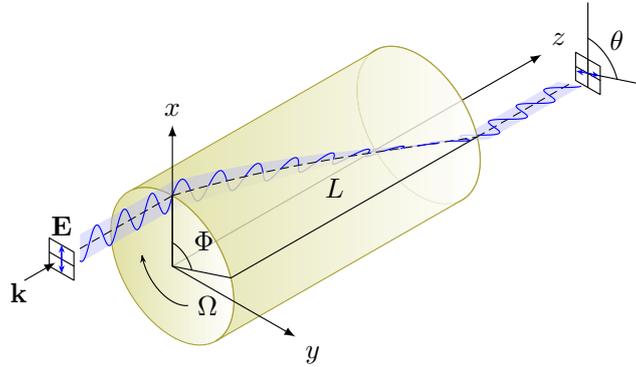


Figure 1 : Illustration de la déviation azimutale Φ et de la rotation de polarisation θ subit par une onde de polarisation rectiligne se propageant parallèlement à l'axe de rotation d'un milieu ($\mathbf{k} \parallel \boldsymbol{\Omega}$). Pour un diélectrique isotrope classique $\Phi = \theta = \delta L$ avec δ donné par l'Eq. (1).

3 Plasma magnétisé : spécificités d'un milieu anisotrope

Une question que l'on peut se poser est de savoir s'il en va de même dans un plasma ? Nous avons en effet pu rappeler ci-dessus comment la propagation des ondes dans un plasma en mouvement est utilisée pour diverses applications, et l'on aimerait donc pouvoir statuer sur le possible effet de la rotation dans ce cas. Néanmoins, l'Eq. (1) ne s'appliquant qu'à un milieu isotrope, elle n'est en particulier pas valable pour un plasma magnétisé. La présence d'un champ magnétique dans un plasma conduit en effet à une anisotropie des propriétés diélectriques, et notamment à un tenseur de susceptibilité $\hat{\chi}$ non diagonal¹. Une illustration de cette limite est le résultat bien connu qu'une onde se propageant dans un plasma magnétisé le long du champ magnétique \mathbf{B}_0 subit une rotation de la polarisation même en l'absence de rotation du plasma, c'est à dire pour $\Omega = 0$: c'est la rotation Faraday [12]. La compréhension des effets de la rotation sur la propagation dans un milieu anisotrope, et notamment dans un plasma magnétisé, demande donc de revisiter et étendre ces résultats.

3.1 Polarisation

Dans cette optique un premier résultat a été d'établir, en suivant la dérivation proposée par Player [9] pour un diélectrique isotrope $\hat{\chi}(\omega) = \bar{\chi}(\omega)\hat{\mathbf{1}}$ mais en partant cette fois d'un milieu gyrotrope de susceptibilité

$$\hat{\chi}(\omega) = \begin{pmatrix} \bar{\chi}_\perp & -i\bar{\chi}_\times & 0 \\ i\bar{\chi}_\times & \bar{\chi}_\perp & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\chi}_\parallel \end{pmatrix}, \quad (2)$$

que la biréfringence circulaire dans un plasma magnétisé a deux contributions [13]. Dans le cas spécifique d'un rotateur aligné $\mathbf{k} \parallel \boldsymbol{\Omega} \parallel \mathbf{B}_0$ on peut en effet écrire une équation d'onde vue du laboratoire sous la forme

$$\left(\nabla^2 - \frac{\hat{\mathbf{1}} + \hat{\chi}}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathbf{B} = 0 \quad (3)$$

1. Le fait qu'un plasma magnétisé soit caractérisé par un tenseur de susceptibilité anisotrope est bien connu. On peut néanmoins montrer que même en l'absence d'un champ magnétique les propriétés de susceptibilité diélectrique d'un plasma en rotation sont anisotropes du fait des effets inertiels [11].

où $\hat{\chi}$ est maintenant un tenseur de susceptibilité équivalent capturant l'effet du mouvement vu du laboratoire et dont le terme non diagonal s'écrit

$$\chi_{\times}(\omega') = \bar{\chi}_{\times}(\omega') - \frac{\Omega}{\omega} [\bar{\chi}_{\parallel}(\omega') + \bar{\chi}_{\perp}(\omega')] \quad (4)$$

avec $\omega' = \omega \pm \Omega$ la fréquence de l'onde vue dans le référentiel dans lequel le milieu est au repos. On reconnaît dans la première contribution l'effet magnétique associé à la gyrotropie dans le référentiel au repos, mais modifié par l'effet Doppler. Cette contribution se réduit à la rotation de Faraday en l'absence de rotation $\Omega = 0$. La seconde contribution, inconnue jusque là dans les plasmas, est une biréfringence circulaire induite par la rotation. Comme illustré figure 2, la rotation de la polarisation d'une onde dans un plasma magnétisé en rotation est alors la somme de la gyrotropie dans le milieu au repos (corrigée des effets Doppler) et d'un entraînement mécanique analogue à celui décrit par l'Eq. (1).

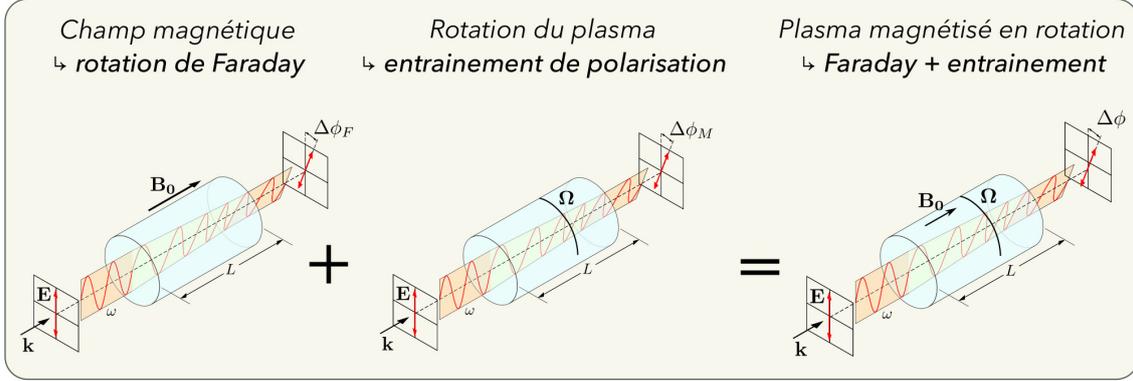


Figure 2 : Double contribution à la rotation de polarisation dans un plasma magnétisé en rotation en configuration rotateur aligné ($\mathbf{k} \parallel \boldsymbol{\Omega} \parallel \mathbf{B}_0$) : l'une est magnétique, l'autre mécanique.

Une analyse plus poussée de ces résultats a ensuite permis de montrer que cette contribution mécanique était amplifiée et devenait la contribution dominante à la rotation de polarisation dans une bande de fréquence sous la fréquence cyclotronique ionique [14]. Une propriété intéressante de ces effets d'entraînement de polarisation est que, comme la rotation de Faraday, ils sont non-réciproques [15] : la rotation de la polarisation à l'issue d'un aller-retour au travers du système est le double de celle à l'issue d'un aller simple. Cela contraste par exemple avec l'activité optique naturelle [16] qui elle est réciproque, de sorte que la rotation de la polarisation après un aller-retour est nulle.

3.2 Rotation de l'image

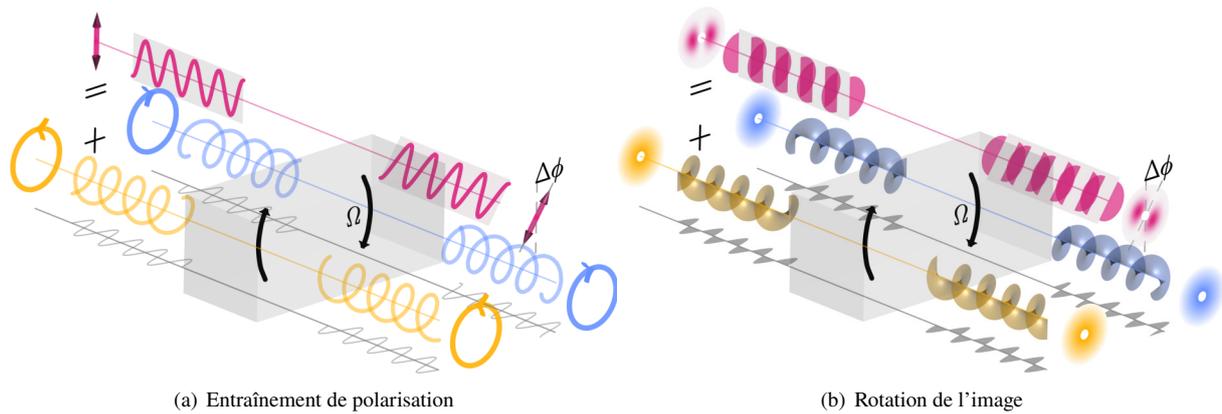
Comme mentionné en introduction et illustré figure 1, la rotation de la polarisation n'est qu'une des manifestations de la rotation du milieu, une seconde étant une déviation azimutale du faisceau.

Dans les diélectriques isotropes il a été démontré que cette déviation du faisceau conduit à une rotation de la structure transverse de l'onde telle qu'illustrée sur la figure 3(b), généralement appelée rotation de l'image [17]. La possibilité pour les ondes plasmas de porter un moment angulaire orbital étant bien établie [18, 19], une question que l'on peut se poser est de savoir si ce phénomène est retrouvé dans les plasmas.

Une première contribution a été de montrer que les modes magnétisés basse fréquence Trivelpiece-Gould et Whistler-Helicon, connus pour pouvoir être porteur de moment angulaire orbital [20], présentent bien une rotation de l'image, c'est-à-dire une rotation de la structure transverse de l'onde, en présence de rotation dans un plasma [21]. Ce phénomène de rotation de l'image dans les plasmas en rotation a ensuite été étendu aux modes d'Alfvén, démontrant également dans ce cas la possibilité d'entraîner la rotation du plasma au moyen de l'onde [22].

3.3 Moment angulaire de spin et moment angulaire orbital

D'un point de vue plus fondamental, ces effets d'entraînement de la polarisation et de rotation de l'image dans un milieu en rotation sont la matérialisation d'un couplage entre moment angulaire du milieu et moment angulaire de l'onde [23, 24]. Plus précisément, une polarisation circulaire correspondant à un moment angulaire de spin $\pm\hbar$, l'entraînement de la polarisation correspond à un déphasage entre composantes de moment angulaire de spin de l'onde. De manière analogue, la structure transverse de l'onde peut être décrite au travers d'un terme de phase $\exp(i l \theta)$ correspondant à un moment angulaire orbital $\pm l\hbar$, et la rotation de l'image correspond à un déphasage entre composantes de moment angulaire orbital de l'onde. Au-delà de fournir un cadre unifié à ces effets de rotation, l'identification de ces différents couplages permet d'identifier les différents chemins permettant de transférer du moment angulaire de l'onde vers un milieu en rotation et vice-versa, et aussi vers quels degrés de liberté. Dans le cas d'interactions résonantes dans un plasma en rotation, ce travail a été formalisé au travers de l'établissement d'une équation quasi-linéaire adaptée [25] dite de Brillouin, puisqu'elle capture les modes de rotation de Brillouin d'une colonne plasma magnétisée [26].



(a) Entraînement de polarisation

(b) Rotation de l'image

Figure 3 : La rotation d'un milieu conduit à la fois à (a) un entraînement de la polarisation et à (b) une rotation de l'image (i. e. rotation de la structure transverse de l'onde).

4 Implications de ces effets dans les plasmas

Même si les résultats théoriques présentés ci-dessus sur l'effet de la rotation sur la propagation des ondes dans les plasmas sont relativement récents, il a déjà pu être montré comme résumé ci-dessous que ces effets pourraient avoir des implications dans divers contextes [27]. Il est néanmoins raisonnable d'imaginer que ces effets sont en jeu dans bien d'autres environnements.

4.1 Magnétosphère des pulsars

Le résultat que la rotation d'un plasma est la source d'une rotation de polarisation pourrait avoir des conséquences en astrophysique, et plus précisément pour la polarimétrie pulsar. La polarimétrie pulsar est en effet utilisée de manière routinière en astrophysique pour estimer les champs magnétiques interstellaires [28], en faisant l'hypothèse que la rotation de polarisation observée provient de l'effet Faraday dans le milieu interstellaire. Ce faisant ces mesures négligent donc, sauf rares exceptions, les possibles contributions à la rotation de la polarisation dans la magnétosphère.

En étudiant plus en détails ce problème il a été possible de montrer que négliger cette contribution mécanique dans la magnétosphère en co-rotation avec le pulsar pourrait en effet conduire à des erreurs significatives dans l'estimation de ces champs magnétiques [13], notamment aux fréquences typiques d'observation (centaines de MHz au GHz). Ce même travail a aussi permis de montrer que des observations à plus basses fréquences, comme envisagées pour d'autres raisons, pourraient en revanche permettre d'isoler cette nouvelle contribution, et de là de corriger les estimations de champ magnétique. Au-delà de ces corrections, la détermination de l'entraînement mécanique de la polarisation dans la magnétosphère pourrait également permettre de déterminer la direction de rotation d'un pulsar [13], information inaccessible à ce jour.

4.2 Manipulation de la lumière

La possibilité de manipuler la polarisation d'une onde est d'intérêt pour diverses applications, notamment pour les télécommunications. Dans les milieux isotropes, nous avons pu voir au travers de l'Eq. (1) que ces effets sont faibles, et l'effet d'entraînement mécanique n'a alors que peu d'intérêt. Pour contourner ce problème et amplifier ces effets une solution proposée est de tirer parti de conditions de lumière lente afin d'obtenir un indice de groupe effectif très élevé ($n_g \sim 10^6$) [17]. Une autre solution proposée est d'utiliser des vitesses de rotation très élevées telles qu'accessibles avec les superrotors [29–31]. Chacune de ces approches utilise séparément les leviers identifiés dans l'Eq. (1).

L'intérêt d'un plasma en rotation est qu'il permettrait en principe d'utiliser simultanément ces deux leviers : effets dispersifs pour contrôler n_g et rotation rapide par rapport à un milieu solide. Même si préliminaire, il a été montré que les effets non réciproques dans les plasmas en rotation pourraient ainsi offrir des performances de premier plan dans la gamme THz [14], où les technologies usuelles sont plus difficilement applicables.

4.3 Nouveaux diagnostics

La compréhension de l'effet que peut avoir la rotation sur les ondes permet aussi d'envisager de nouveaux moyens de diagnostic de la rotation. Une perspective particulièrement intéressante de ce point de vue est le fait que le phénomène de rotation de l'image est une conséquence du mouvement uniquement, et n'est en particulier pas affecté par le champ magnétique, par opposition à la polarisation. Une mesure de la rotation de la structure transverse d'une onde porteuse de moment angulaire orbital se propageant dans un plasma pourrait ainsi être utilisée pour déterminer de manière directe la rotation du plasma. Ce type de diagnostic pourrait notamment être utile pour la fusion par confinement magnétique.

5 Conclusion

Les résultats présentés ici mettent en évidence que la rotation peut avoir un effet important sur la propagation d'une onde dans un plasma. Il est notamment établi que la rotation est à l'origine d'une contribution supplémentaire à la rotation de polarisation usuellement observée dans un plasma magnétisé, ainsi que d'une rotation de la structure transverse d'une onde se propageant le long de l'axe de rotation. Ces deux effets correspondent à deux manifestations d'un couplage entre moment angulaire du plasma et moment angulaire de l'onde.

Parce que les phénomènes de rotation sont extrêmement courants dans les plasmas, et parce que les ondes sont utilisées pour une très large gamme d'applications dans les plasmas, il est raisonnable de penser que les effets identifiés ici pourraient jouer un rôle dans diverses applications. Les travaux préliminaires pointent notamment vers la polarimétrie pulsar et un possible entraînement de la polarisation dans la magnétosphère en co-rotation avec l'étoile, et vers la possibilité d'utiliser les plasmas en rotation pour le développement de nouvelles techniques de manipulation des ondes.

6 Perspectives

Comme énoncé en introduction, les travaux présentés dans ce manuscrit ne présentent qu'un aperçu de la richesse des manifestations de la rotation, et plus généralement du mouvement, sur le comportement des ondes dans les plasmas identifiées à ce jour, et de nombreuses directions peuvent être envisagées à la lueur de ces résultats.

Un objectif et une perspective particulièrement motivante à moyen terme sera de travailler à rapprocher ces premiers résultats, obtenus dans des configurations idéales, des conditions plus réalistes rencontrées dans ces applications, de sorte de comprendre dans quelle mesure ces effets pourraient jouer un rôle, possiblement important. Comme déjà identifié le cas des ondes radio-fréquence et des micro-ondes dans les plasmas de fusion, et celui de l'émission pulsar dans une magnétosphère en co-rotation, sont deux directions particulièrement intéressantes et prometteuses, mais il est raisonnable de penser que la prise en compte de ces phénomènes puisse être nécessaire dans d'autres contextes, ou pour le développement de nouvelles applications.

Ce rapprochement nécessitera d'une part de mieux comprendre les spécificités de ces diverses applications et utilisations des ondes dans les plasmas, et d'autre part de développer une compréhension plus complète des effets de rotation. Une analyse rapide de la polarimétrie pulsar ou encore de l'utilisation des ondes dans les tokamaks montre en effet que ces applications reposent sur des géométries (\mathbf{k} , \mathbf{B} , $\boldsymbol{\Omega}$) plus générales que le rotateur aligné $\mathbf{k} \parallel \boldsymbol{\Omega} \parallel \mathbf{B}_0$ auquel se limite les modèles développés à ce jour. L'étude de l'importance des effets de rotation dans des conditions réalistes demande donc le développement d'une théorie plus complète des ondes dans les plasmas en rotation.

Au-delà de cette importante motivation pratique, ce travail théorique amont présente en lui-même un intérêt fondamental. Comme nous avons pu le montrer récemment [11], une question que l'on peut se poser est celle du possible effet de corrections inertielles des propriétés diélectriques dans le cas d'un mouvement non uniforme, comme c'est le cas pour la rotation. Ces phénomènes peuvent en effet jouer un rôle particulier dans les plasmas [32], mais interrogent plus généralement sur les effets d'entraînement dans les milieux accélérés, et possiblement dans leur analogue modulés temporellement [33, 34].

7 Remerciements

Ce travail est soutenu par l'Agence Nationale de la Recherche au travers du projet ANR WaRP, financement ANR-21-CE30-0002. RG remercie N. J. Fisch et J.-M. Rax pour les nombreux et riches échanges sur ce sujet, ainsi que Julien Langlois et Aymeric Braud pour leur contribution aux développements théoriques.

Références bibliographiques

- [1] A. FRESNEL, *Ann. Chim. Phys* **9**, 57 (1818).
- [2] H. FIZEAU, *C. R. Acad. Sci. Paris* **33**, 349 (1851).
- [3] J. J. THOMSON, *Proc. Camb. Phil. Soc.* **5**, 250 (1885).
- [4] E. FERMI, *Rend. Mat. Acc. Lincei* **32**, 115 (1923), Reprinted in *Collected Papers*, vol. 1 (University of Chicago Press, Chicago, 1962).
- [5] R. V. JONES, *Proc. R. Soc. A* **328**, 337 (1972).
- [6] R. V. JONES, *Proc. R. Soc. A* **345**, 351 (1975).
- [7] R. V. JONES, *Proc. R. Soc. A* **349**, 423 (1976).
- [8] M. A. PLAYER, *Proc. R. Soc. A* **345**, 343 (1975).
- [9] M. A. PLAYER, *Proc. R. Soc. A* **349**, 441 (1976).
- [10] H. A. LORENTZ, *Versuch eine Theorie der electrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern*, Leiden, 1895.
- [11] J. LANGLOIS and R. GUEROULT, *Phys. Rev. E* **108**, 045201 (2023).
- [12] M. FARADAY, *Phil. Trans. Roy. Soc. London* **136**, 1 (1846).
- [13] R. GUEROULT, Y. SHI, J.-M. RAX, and N. J. FISCH, *Nat. Commun.* **10**, 3232 (2019).
- [14] R. GUEROULT, J.-M. RAX, and N. J. FISCH, *Phys. Rev. E* **102**, 051202(R) (2020).

- [15] C. CALOZ, A. ALÙ, S. TRETYAKOV, D. SOUNAS, K. ACHOURI, and Z.-L. DECK-LÉGER, *Phys. Rev. Applied* **10**, 047001 (2018).
- [16] D. F. ARAGO, *Mém. Ins.* **1**, 93 (1811).
- [17] S. FRANKE-ARNOLD, G. GIBSON, R. W. BOYD, and M. J. PADGETT, *Science* **333**, 65 (2011).
- [18] J. T. MENDONÇA, *Plasma Phys. Controlled Fusion* **54**, 124031 (2012).
- [19] Q. CHEN, H. QIN, and J. LIU, *Sci. Rep.* **7** (2017).
- [20] R. L. STENZEL, *Adv. Phys. X* **1**, 687 (2016).
- [21] J.-M. RAX and R. GUEROULT, *J. Plasma Phys.* **87**, 905870507 (2021).
- [22] J.-M. RAX, R. GUEROULT, and N. FISCH, *J. Plasma Phys.* **89**, 905890613 (2023).
- [23] M. PADGETT, G. WHYTE, J. GIRKIN, A. WRIGHT, L. ALLEN, P. ÖHBERG, and S. M. BARNETT, *Opt. Lett.* **31**, 2205 (2006).
- [24] E. WISNIEWSKI-BARKER, G. M. GIBSON, S. FRANKE-ARNOLD, R. W. BOYD, and M. J. PADGETT, *Opt. Express* **22**, 11690 (2014).
- [25] J.-M. RAX, R. GUEROULT, and N. J. FISCH, *J. Plasma Phys.* **89**, 905890408 (2023).
- [26] L. BRILLOUIN, *Phys. Rev.* **67**, 260 (1945).
- [27] R. GUEROULT, J.-M. RAX, and N. J. FISCH, *Plasma Phys. Control. Fusion* **65**, 034006 (2023).
- [28] J. L. HAN, R. N. MANCHESTER, A. G. LYNE, G. J. QIAO, and W. VAN STRATEN, *Astrophys. J.* **642**, 868 (2006).
- [29] U. STEINITZ and I. S. AVERBUKH, *Phys. Rev. A* **101**, 021404 (2020).
- [30] A. A. MILNER, U. STEINITZ, I. S. AVERBUKH, and V. MILNER, *Phys. Rev. Lett.* **127**, 073901 (2021).
- [31] I. TUTUNNIKOV, U. STEINITZ, E. GERSHNABEL, J.-M. HARTMANN, A. A. MILNER, V. MILNER, and I. S. AVERBUKH, *Phys. Rev. Research* **4**, 013212 (2022).
- [32] J. LANGLOIS and R. GUEROULT, *arXiv 2402.12050* (2024).
- [33] C. CALOZ and Z.-L. DECK-LEGER, *IEEE Trans. Antennas Propag.* **68**, 1569 (2020).
- [34] A. BAHRAMI, Z.-L. DECK-LÉGER, and C. CALOZ, *Phys. Rev. Applied* **19**, 054044 (2023).