

Amplification des phénomènes d'entraînement de la lumière par les forces inertielles dans un plasma en rotation

Amplification of light dragging effects by inertia in a rotating plasma

J. Langlois, R. Gueroult

LAPLACE, Université de Toulouse, CNRS, INPT, UPS, 31062 Toulouse, France, {nom}@laplace.univ-tlse.fr

Mots-clés : Entraînement lumineux, plasmas en rotation, forces inertielles

Keywords : Light drag, rotating plasmas, inertial forces

Résumé/Abstract

L'objet du travail présenté ici est de mettre en avant la signature des effets inertiels sur les phénomènes d'entraînement de la lumière dans un plasma en rotation. Contrairement aux travaux précédents qui ont considéré uniquement les effets induits par une rotation du milieu de type de corps rigide, nous nous intéressons ici à l'effet de la contribution des forces fictives dans la réponse diélectrique d'un milieu en rotation. Nous montrons que ces forces jouent un rôle prédominant dans les plasmas non-magnétisés, donnant lieu à des effets d'entraînement finis là où les prédictions corps rigide prédisent un entraînement nul. Ces résultats pointent vers des différences fondamentales entre le couplage des moments linéaire et angulaire des ondes avec le milieu de propagation. Cette physique pourrait possiblement être étudiée grâce aux développements récents de nouvelles plateformes de plasmas à haute densité d'énergie en rotation.

The aim of the work presented here is to highlight the inertial signature of light drag effects in rotating plasmas. In contrast to previous work considering only the effects induced by rigid-body rotation, we examine the contribution of fictitious forces (i. e. inertia) to the dielectric response of a rotating medium. We show that these forces play a dominant role in nonmagnetized plasmas, leading to non-zero light drag where rigid-body rotation would predict no effect. These results highlight fundamental differences between the coupling of linear and angular wave momentum to a moving medium supporting wave propagation. We note that these amplified effects could possibly be observed on recently proposed high-energy density plasma experimental platforms, paving the way for the experimental study of waves in rotating plasmas.

1 Introduction

Les ondes sont utilisées de manière routinière dans les plasmas, que ce soit pour le contrôle comme par exemple le chauffage des plasmas de fusion, ou pour les diagnostics comme l'estimation de paramètres astrophysiques tel que le champ magnétique interstellaire via la rotation Faraday. Le design de ces moyens de contrôle et l'interprétation de ces diagnostics s'appuient sur la théorie des ondes dans les plasmas afin de modéliser la propagation dans ces milieux dispersifs anisotropes, en présence d'éventuelles non-uniformités du plasma (densité, champ magnétique, etc.). Ces modèles et la théorie des ondes dans les plasmas négligent en revanche sauf rares exceptions l'effet d'un champ de vitesse, et ce alors qu'il est établi de longue date que ce mouvement peut avoir un effet sur la propagation, et que des phénomènes de rotation sont rencontrés au travers d'un grand nombre d'environnements allant des plasmas de laboratoire à l'astrophysique en passant par la fusion par confinement magnétique. L'objet du travail présenté ici est d'apporter des éléments de réponse à ce problème en étudiant les conséquences d'un effet intrinsèque de la rotation sur dans un plasma, à savoir comment la modification des propriétés diélectriques due aux forces inertielles conduit à une modification des effets d'entraînement des ondes par le milieu.

2 Effets d'entraînement de la lumière

2.1 Modèles classiques

Comme postulé par Fresnel [1] et démontré expérimentalement par Fizeau [2], un faisceau lumineux se propageant le long d'un milieu en translation rectiligne uniforme apparaît comme ayant une vitesse de phase accélérée ou ralentie selon si l'onde et le milieu ont des directions identiques ou opposées. Lorsque le faisceau possède une composante de vitesse perpendiculaire au mouvement, l'entraînement de la lumière se traduit par ailleurs par une déviation du faisceau, ou drag, dans cette direction [3]. Cette déviation peut être interprétée depuis le référentiel en mouvement avec le milieu—également appelé référentiel de repos—comme une réfraction du faisceau incident, permettant alors d'identifier le célèbre coefficient

d'entraînement de la lumière de Fresnel ($\bar{n}_g - 1/\bar{n}$) avec $\bar{n}$ et $\bar{n}_g$ les indices de phase et de groupe du milieu au repos.

Dans le cas d'une rotation du milieu, Thomson [4] puis Fermi [5] postulèrent qu'une onde de polarisation rectiligne se propageant parallèlement à l'axe de rotation d'un diélectrique isotrope en rotation devrait voir sa polarisation tourner. Poussée par les travaux expérimentaux de Jones [6–8], la théorie des effets d'entraînement dans un diélectrique isotrope en rotation fut établie dans la seconde moitié du XX^{ème} siècle : un faisceau se propageant parallèlement à l'axe de rotation ($\mathbf{k} \parallel \boldsymbol{\Omega}$) donne lieu à la fois à une déviation azimutale du faisceau et à une rotation de la polarisation par le même angle

$$\Phi_{\text{rig}} = \theta_{\text{rig}} = \frac{\Omega L}{c} \left[\bar{n}_g - \frac{1}{\bar{n}} \right]. \quad (1)$$

par unité de longueur suivant $\mathbf{k}$, comme illustré figure 1. Ici Ω est la fréquence angulaire de rotation du diélectrique, et l'on reconnaît une fois encore le coefficient d'entraînement de Fresnel ($\bar{n}_g - 1/\bar{n}$).

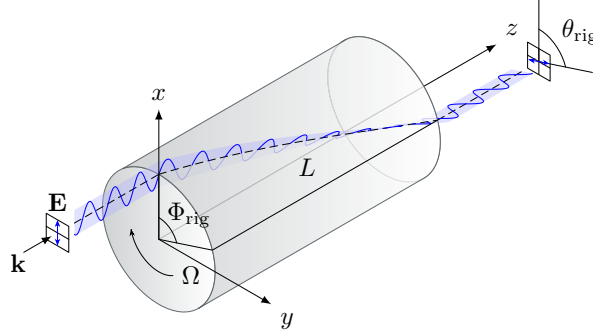


Figure 1 : Effets combinés de l'entraînement azimutal (Φ) et de la rotation de polarisation (θ) sur une onde se propageant le long de l'axe de rotation dans un diélectrique en rotation de corps rigide.

2.2 Mouvement accéléré

Un examen plus détaillé de la théorie des effets d'entraînement dans le cas de la rotation pose néanmoins la question de la validité de ces conclusions dans le cas d'un milieu en rotation, ou plus généralement dans le cas d'un mouvement accéléré du milieu [9]. En effet, les modifications induites par le mouvement sur les ondes sont généralement examinées en considérant une transformation de Lorentz entre le référentiel du laboratoire $\mathcal{R}$ et le référentiel de repos instantané $\mathcal{R}'$ [9–11], ce qui nécessite de connaître les relations constitutives des champs dans $\mathcal{R}'$. Contrairement à un mouvement uniforme, ces relations ne peuvent en toute généralité plus être considérées comme inchangées pour un mouvement accéléré, nécessitant de déterminer les permittivités électriques et magnétiques modifiées par l'inertie. Ces possibles corrections sont négligées dans l'Eq. (1), ces effets correspondant alors à une rotation rigide du milieu. Cette simplification est typiquement justifiée par le fait que les corrections inertielles des propriétés diélectriques ont été prédites comme étant faibles dans les milieux diélectriques pour des fréquences éloignées des résonances [12–14], et notamment pour les diélectriques solides à forte cohésion utilisés lors des expériences historiques de Jones [6–8]. Le fait que cela ne soit qu'une approximation a néanmoins été pointé par Baranova & Zel'dovich au travers d'une analogie entre les forces de Lorentz et de Coriolis [15], et analysé séparément par Nienhuis [14].

2.3 Plasmas

Un cas particulièrement intéressant dans ce contexte est celui d'un plasma froid non-magnétisé. En effet dans ce cas

$$\bar{n} = \sqrt{1 - \sum_s \frac{\omega_{ps}^2}{\omega^2}} \quad (2)$$

avec $\omega_{ps} = [ne^2/(m_s \epsilon_0)]^{1/2}$ la fréquence plasma de l'espèce s , de sorte que

$$\bar{n}_g = \bar{n} + \omega \frac{d\bar{n}}{d\omega} = \frac{1}{\bar{n}} \quad (3)$$

et finalement $\bar{n}_g \bar{n} = 1$. Le coefficient de Fresnel du plasma froid non-magnétisé est donc nul, et l'Eq. (1) prédit alors des effets d'entraînement nuls dans un plasma en rotation, comme cela avait été noté à la traversée d'un plasma en mouvement rectiligne uniforme [16]. Une correction inertielle des propriétés diélectriques devrait alors dans ce cas donner lieu à des modifications des effets d'entraînement de premier ordre, par opposition à des modifications de second ordre dans les cas plus classique où $\bar{n}_g \bar{n} \neq 1$ [15].

3 Corrections inertielles des propriétés diélectriques d'un plasma

Un premier élément pour rendre compte de l'effet de ces corrections est donc de déterminer les propriétés diélectriques d'un plasma non-magnétisé en rotation. Ce travail a été récemment réalisé par Langlois & Gueroult [17]. Dans la continuité des travaux de Shiozawa [12, 13], ce travail s'appuie sur des modèles microscopiques phénoménologiques caractérisant la réponse d'une particule chargée en rotation à une perturbation électromagnétique.

En notant

$$\underline{\bar{\chi}}(\omega') = \bar{\chi}_{\parallel}(\omega')\mathbf{I} \quad \text{avec} \quad \bar{\chi}_{\parallel}(\omega') = -\sum_s \frac{\omega_{ps}^2}{\omega'^2} \quad (4)$$

le tenseur diélectrique isotrope du plasma non-magnétisé dans son référentiel au repos $\mathcal{R}'$ et Ω la vitesse angulaire du milieu, il a ainsi été établi que

$$\underline{\chi}' = \begin{pmatrix} \chi'_{\perp} & -i\chi'_{\times} & 0 \\ i\chi'_{\times} & \chi'_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \chi'_{\parallel} \end{pmatrix} \quad (5a)$$

où

$$\chi'_{\parallel}(\omega') = -\sum_s \frac{\omega_{ps}^2}{\omega'^2}, \quad \chi'_{\perp}(\omega') = \frac{1 + (\Omega/\omega')^2}{[1 - (\Omega/\omega')^2]^2} \chi'_{\parallel}(\omega'), \quad \chi'_{\times}(\omega') = \frac{-2\Omega/\omega'}{[1 - (\Omega/\omega')^2]^2} \chi'_{\parallel}(\omega'). \quad (5b)$$

Les notations prime et bar réfèrent ici aux variables exprimées respectivement dans $\mathcal{R}'$ et pour un milieu au repos. On vérifie alors bien que, contrairement à l'hypothèse rotation rigide $\underline{\chi}'(\omega') = \underline{\bar{\chi}}(\omega')$, le tenseur de susceptibilité dans le référentiel au repos $\underline{\chi}'$ est différent du tenseur diélectrique pour un plasma au repos dans un référentiel inertiel $\underline{\bar{\chi}}$. L'accélération de Coriolis conduit notamment à une gyrotropie du plasma, comme déjà identifié par Shiozawa [12, 13].

4 Manifestations des effets inertiels sur les effets d'entraînement

Les corrections inertielles des propriétés diélectriques d'un plasma étant connues, nous pouvons maintenant voir qu'elles en sont les conséquences sur les effets d'entraînement, notamment la déviation azimutale du faisceau et l'entraînement de polarisation. Ces résultats sont présentés plus en détails dans la Réf. [18].

4.1 Déviation azimutale

L'Eq. (5) montre que le milieu est anisotrope dans le référentiel $\mathcal{R}'$. En suivant l'interprétation de l'entraînement transverse de Fresnel comme une réfraction du faisceau incident vue de $\mathcal{R}'$, on note alors une première différence de taille : la passage au travers d'un milieu accéléré conduit généralement à une division du faisceau incident en deux faisceaux réfractés distincts. Le mouvement de rotation est donc source de biréfringence, contrairement à un mouvement linéaire uniforme pour lequel la relativité restreinte garantit l'absence de birefringence. Les propriétés de ces deux faisceaux s'obtiennent en résolvant une équation de type Appleton-Hartree pour le tenseur Eq. (5), puis en utilisant une transformée de Lorentz inverse pour établir la déviation dans $\mathcal{R}$. On peut notamment montrer que chacun de ces rayons, associés à des modes (+) et (-), est soumis à une déviation transverse distincte, qui dans la limite $\omega > \omega_{pe} \gg \Omega$ s'écrit

$$\Phi = \underbrace{\pm \frac{L\Omega}{c} \left\{ \frac{\Omega}{\omega} \left[\bar{n} - \frac{1}{\bar{n}} \right] + O\left(\left[\frac{\Omega}{\omega}\right]^3\right) \right\}}_{\Phi_{\text{iner}}} + \underbrace{\frac{L\Omega}{c} \left[\bar{n}_g - \frac{1}{\bar{n}} \right]}_{\Phi_{\text{rig}=0}} \quad (6)$$

ou encore à l'ordre le plus bas en Ω

$$\Phi \sim \pm \frac{L\Omega^2\omega_{pe}^2}{c\omega^3} \left[1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \right]^{-1/2}. \quad (7)$$

On voit ainsi que contrairement aux prédictions des modèles rotation rigide la déviation azimutale du faisceau n'est pas nulle une fois que les effets inertielles sont pris en compte. On remarque également comme illustré Fig. 2 que les deux faisceaux sont entraînés dans des sens opposés, le mode (-) subissant un drag anormal [19].

Quantitativement, l'entraînement est d'ordre deux en Ω/c , suggérant des effets faibles pour des fréquences d'onde grandes par rapport à la fréquence plasma ω_{pe} . Les rayons présentent cependant une forte séparation azimutale juste au-dessus de la coupure. On note enfin que le modèle théorique assure que cette symétrie d'entraînement des modes (+) et (-) disparaît lorsque le ratio Ω/ω augmente, suggérant un transfert de moment angulaire entre le plasma et l'onde, de manière similaire à ce qui est réalisé par un champ magnétique [20].

4.2 Entraînement de polarisation

Le cas de l'effet des corrections inertielles sur l'entraînement de polarisation peut être traité de manière directe en s'appuyant sur les développements théoriques pour les milieux anisotropes en rotation menés pour étudier les plasmas

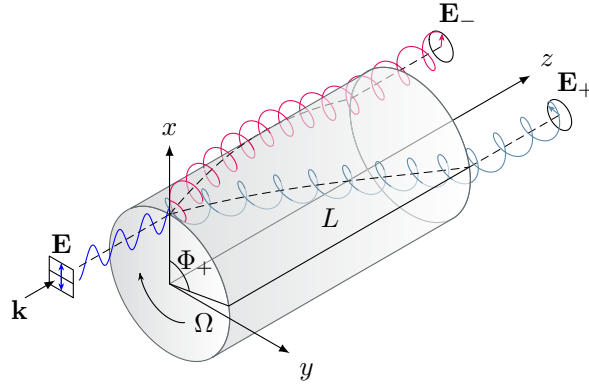


Figure 2 : Effets combinés de traînée azimutale et de la rotation de polarisation dans un plasma non-magnétisé en rotation. Contrairement au diélectrique en rotation de corps rigide, les polarisations circulaires ne sont ici pas localisées sur le même rayon optique.

magnétisés en rotation [11]. Généralisant les travaux de Player à un milieu gyrotrope dans le référentiel $\mathcal{R}'$, c'est à dire milieu possédant un tenseur diélectrique de la forme Eq. (5a) dans $\mathcal{R}'$, il a été montré que les modes propres dans $\mathcal{R}$ pour une propagation le long de $\mathbf{z}$ sont polarisés circulairement avec un indice

$$n_{R/L}^2 = 1 + \chi'_\perp(\omega') \pm \chi'_\times(\omega') - \frac{\Omega}{\omega} \left[\chi'_\times(\omega') \pm \chi'_\perp(\omega') \pm \chi'_\parallel(\omega') \right]. \quad (8)$$

L'Eq. (8) peut ainsi être directement utilisée pour le tenseur gyrotrope associé aux corrections inertielles Eq. (5b).

L'utilisation de ce résultat, combiné à l'expression générale de la rotation de polarisation

$$\theta = \frac{\omega L}{2c} [n_L - n_R], \quad (9)$$

conduit alors à

$$\theta = \underbrace{\frac{L\Omega}{c} \left[\bar{n} - \frac{1}{\bar{n}} \right]}_{\theta_{\text{iner}}} + \underbrace{\left\{ \frac{L\Omega}{c} \left[\bar{n}_g - \frac{1}{\bar{n}} \right] + \mathcal{O} \left(\left[\frac{\Omega}{\omega} \right]^3 \right) \right\}}_{\theta_{\text{rig}}=0+\mathcal{O}([\Omega/\omega]^3)}. \quad (10)$$

On vérifie ici comme attendu que la contribution rotation rigide est nulle au premier ordre en $\Omega/\omega \ll 1$ (et même au second ordre), mais qu'il existe une contribution au premier ordre en Ω/ω associée aux corrections inertielles. Les corrections inertielles des propriétés diélectriques ont donc un effet de premier ordre sur l'entraînement de polarisation dans un plasma non-magnétisé en rotation.

Quantitativement, il vient pour $\omega \gg \omega_{pe}$

$$\theta \sim -\frac{L\Omega}{c} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}, \quad (11)$$

et proche de la coupure

$$\theta(\omega_{pe}) \sim -\frac{L\Omega}{c} \sqrt{\frac{\omega_{pe}}{\Omega}}. \quad (12)$$

Ces effets seront ainsi d'autant plus importants et donc facilement observables que la rotation est rapide (Ω/c grand), que la colonne plasma est longue (L grand), et que le plasma est dense (ω_{pe}/Ω grand). De telles conditions pourraient être trouvées dans les expériences de plasmas à haute densité d'énergie en rotation où la mise en rotation est obtenue en faisant converger des jets plasmas créés par ablation laser [21], comme récemment démontré sur le laser Omega de l'Université de Rochester aux États-Unis [22, 23].

5 Conclusion

En faisant le constat qu'un diélectrique isotrope au repos présente des propriétés gyotropes lorsqu'il est mis en rotation, nous avons vu que la rotation est à l'origine d'une modification des phénomènes d'entraînement de la lumière. Ces modifications prennent en particulier la forme d'une modification de l'effet d'entraînement azimutal d'un faisceau, et notamment d'une biréfringence induite par le mouvement, et d'une modification de l'entraînement de polarisation. Parce que le coefficient d'entraînement de Fresnel, et donc les effets d'entraînement sans corrections inertielles, sont nuls dans un plasma non-magnétisé, il est attendu que ces modifications soient particulièrement significatives dans le cas d'un plasma non-magnétisé en rotation. L'étude de ce type de configuration singulière pourrait alors permettre de mieux comprendre le possible effet des corrections inertielles pour d'autres mouvements accélérés, et/ou d'autres milieux. Une piste pour ces

travaux est celle des plasma à haute densité d'énergie en rotation. L'étude de ces effets revêt également un intérêt applicatif important du fait que les ondes sont utilisées pour de nombreuses applications plasmas, très souvent en présence d'un plasma en mouvement.

6 Remerciements

Ce travail est soutenu par le biais du projet ANR WaRP, financement ANR-21-CE30-0002, de l'Agence Nationale de la Recherche. JL et RG remercie Aymeric Braud pour sa participation aux réflexions et échanges autour de ces questions. JL remercie l'ENS Paris-Saclay pour son financement doctoral CDSN.

Références bibliographiques

- [1] A. FRESNEL, *Ann. Chim. Phys.* **9**, 57 (1818).
- [2] M. FIZEAU, *C. R. Acad. Sci. Paris* **33**, 349 (1851).
- [3] M. PLAYER, *Proc. R. Soc. A* **345**, 343 (1975).
- [4] J. J. THOMSON, *Proc. Camb. Phil. Soc.* **5**, 250 (1885).
- [5] E. FERMI, *Rend. Mat. Acc. Lincei* **32**, 115 (1923).
- [6] R. V. JONES, *Proc. R. Soc. A* **328**, 337 (1972).
- [7] R. V. JONES, *Proc. R. Soc. A* **345**, 351 (1975).
- [8] R. V. JONES, *Proc. R. Soc. A* **349**, 423 (1976).
- [9] J. L. ANDERSON and J. W. RYON, *Phys. Rev.* **181**, 1765 (1969).
- [10] M. A. PLAYER, *Proc. R. Soc. A* **349**, 441 (1976).
- [11] R. GUEROULT, Y. SHI, J.-M. RAX, and N. J. FISCH, *Nature Comm.* **10**, 1 (2019).
- [12] T. SHIOZAWA, *Proc. IEEE* **61**, 1694 (1973).
- [13] T. SHIOZAWA, *Proc. IEEE* **62**, 1283 (1974).
- [14] G. NIENHUIS, J. WOERDMAN, and I. KUŠČER, *Phys. Rev. A* **46**, 7079 (1992).
- [15] N. BARANOVA and Y. B. ZELDOVICH, *Proc. R. Soc. A* **368**, 591 (1979).
- [16] H. KO and C. CHUANG, *Ap. J.* **222**, 1012 (1978).
- [17] J. LANGLOIS and R. GUEROULT, *Phys. Rev. E* **108**, 045201 (2023).
- [18] J. LANGLOIS and R. GUEROULT, *arXiv 2402.12050* (2024).
- [19] C. BANERJEE, Y. SOLOMONS, A. N. BLACK, G. MARCUCCI, D. EGER, N. DAVIDSON, O. FIRSTENBERG, and R. W. BOYD, *Phys. Rev. Res.* **4**, 033124 (2022).
- [20] J.-M. RAX, R. GUEROULT, and N. J. FISCH, *J. Plasma. Phys.* **89**, 905890408 (2023).
- [21] D. RYUTOV, *Astrophys. Space Sci.* **336**, 21 (2011).
- [22] F. SUZUKI-VIDAL, G. SWADLING, C. WALSH, M. BAILLY-GRANDVAUX, and V. VALENZUELA-VILLASECA, A laser-driven experimental platform to study angular momentum transport in disk-jet transitions, in *APS Division of Plasma Physics Meeting Abstracts*, volume 2021, pp. NP11–162, 2021.
- [23] F. SUZUKI-VIDAL, G. SWADLING, M. BAILLY-GRANDVAUX, V. VALENZUELA-VILLASECA, and C. A. WALSH, A laser-driven platform to study angular momentum transport in disk-jet transitions, in *Proceedings of the 13th International Conference on High Energy Density Laboratory Astrophysics*, 2022.